

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИБРАЦИОННЫХ КОЛЕБАНИЙ НЕФТЕ-ГАЗОПРОВОДОВ

Евдокимов А.П.

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 10100, Москва, Россия

e-mail: a_evdo@mail.ru

На основе учёта поворотов трубопровода в процессе вибрации выведены теоретические зависимости уточнённой оценки вибрационных колебаний нефтяных и газовых трубопроводов. При выводе уравнений учитывался такой важный фактор, как «цепные усилия». Получены уравнения, определяющие поперечные ускорения под действием продольных сил, препятствующих искривлению трубы и поступательных движений, которые позволяют определить распределение цепных усилий. Установлено, что наибольшее растяжение трубы связано с наибольшим ее наклоном и связывает распределение давления с цепным усилием.

Выведено уравнение поворотного движения трубы. Получено частное решение этого уравнения в виде неоднородного волнового уравнения, позволяющее оценить процессы пульсации в трубопроводе. Дана оценка собственных частот вибрационных колебаний с учётом инерции поворота поперечных сечений трубы и условие возникновения резонанса. Выведенные теоретические зависимости показывают, что вибрационные колебания с поворотами поперечных сечений трубы при отсутствии её изгиба вызываются на рассматриваемом участке трубопровода соседним изгибаемым участком.

Ключевые слова: вибрация, инерция поворота, трубопровод, давление потока, радиальные напряжения, осевая деформация.

THEORETICAL STUDY OF VIBRATIONAL VIBRATIONS OF OIL AND GAS PIPELINES

Evdokimov A.P.

A.A. Blagonravov Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences,

10100, Moscow, Russia

Based on taking into account the turns of the pipeline during the vibration process, the theoretical dependences of the refined assessment of vibration vibrations of oil and gas pipelines are derived. When deriving the equations, such an important factor as "chain forces" was taken into account. Equations are obtained that determine transverse accelerations under the action of longitudinal forces that prevent pipe curvature and translational movements, which make it possible to determine the distribution of chain forces. It is established that the greatest elongation of the pipe is associated with its greatest inclination and relates the pressure distribution to the chain force.

The equation of the rotary motion of the pipe is derived. A partial solution of this equation is obtained in the form of an inhomogeneous wave equation, which makes it possible to evaluate the pulsation processes in the pipeline. The natural frequencies of vibration vibrations are estimated, taking into account the inertia of rotation of the pipe cross-sections and the condition for the occurrence of resonance. The derived theoretical dependences show that vibrations with rotations of the pipe cross-sections in the absence of bending occur in the pipeline section under consideration by the neighboring bent section.

Keywords: vibration, inertia of rotation, pipeline, flow pressure, radial stresses, axial deformation.

Введение

Трубопроводный транспорт нефтяной и газовой промышленности относится к критически опасным объектам [1,2,3]. Потoki нефти и газа являются причиной возникновения динамической напряженности и колебательных процессов, снижающие надежную и безопасную эксплуатацию трубопроводов [4,5,6,7].

Вибрационные колебания трубопровода с потоками могут возникать вследствие гидроударов в системах, а также при пульсации давлений [8,9,10]. Гидроудары классического и конденсационного типов являются многоцикловой нагрузкой, возникающей из-за возможных скачков давления в трубопроводной системе при быстром срабатывании защитной аппаратуры [11]. При гидроударах с крутыми фронтами давления в ударной волне возникают высокочастотные вибрации труб [12,13]. Другими возбудителями высокочастотных вибраций являются

турбулентные режимы потоков, характеризующиеся неустойчивостью [14,15,16]. Вследствие этого необходимо проанализировать влияние различных факторов на спектры собственных частот труб с потоками в высокочастотных частях спектров их собственных частот [5,7,9,17,18].

Существующие методы расчета динамической напряженности [8,19,20] не в достаточной мере отражают влияние потоков нефти и газа на возникновение вибрационных колебаний. В частности, в теоретических зависимостях не учитываются силы инерции поворота поперечных сечений трубы и условие возникновения резонанса. В связи с этим, актуальной становится задача уточнить существующие расчеты с учетом перечисленных факторов, используя подходы сопротивления материалов для тонкостенных оболочек.

1. Осевые напряжения и деформации

Рассмотрим трубу длиной L , защемленную в

сечении $x=0$. Другой ее конец $x=L$ может быть заземлен или свободен. Поперечные смещения трубы определяются ее конфигурацией $y(x,t) \ll L$. Краевые условия на заземленном конце трубы будут $y=\partial_x y=0$, а на свободном конце нагрузки отсутствуют, и $\partial_{xx}^2 y=0$ в любой момент времени $t \geq 0$.

Состояние потока внутри трубы предполагается установившимся, и через все поперечные сечения трубы массовые расходы $q_0 = m_0 v_0$ одинаковые. Здесь v_0 – скорость потока; $m_0 = \pi \rho_0 r_0^2$ – погонная, т. е. отнесенная к единице длины, масса потока; ρ_0 , r_0 – его плотность и радиус поперечного сечения.

Плоское движение трубы происходит в плоскости xy неподвижной декартовой системы координат. Движение трубы вызывается внутренними факторами, действующими в системе «поток-труба», а именно давлением потока на стенки трубы и трением о них.

На рисунке показан деформированный элемент трубы с потоком и действующие на него нагрузки.

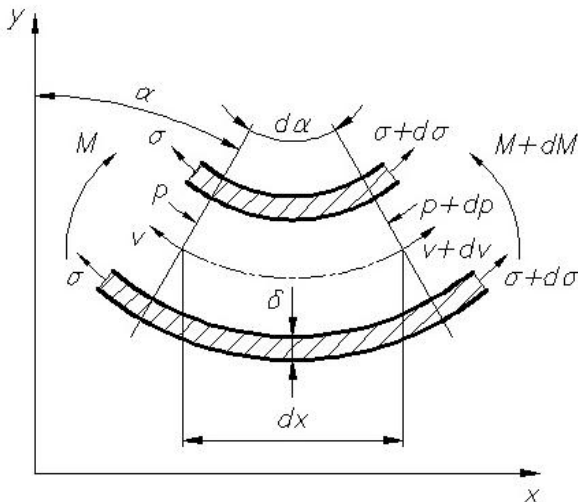


Рис. 1. Деформированный элемент трубы с потоком

На торцы искривленного бесконечно малого элемента трубы действуют нормальные силы

$$\vec{N}(x, t); \quad \vec{N} + d\vec{N}$$

и изгибающие моменты

$$\vec{M}(x, y); \quad \vec{M} + dM,$$

создаваемые неравномерно распределенными осевыми напряжениями σ_ξ , где

$$|\vec{N}| = \pi D_t \delta \sigma_\xi, \quad |\vec{M}| = EI_z \partial_{xx}^2 y; \quad d\vec{N} = \partial_\xi \vec{N} \cdot d\xi;$$

ξ – координата поперечного сечения трубы; D_t , δ – средний диаметр и толщина стенки трубы; E , I_z – модуль Юнга и момент инерции поперечного сечения трубы при изгибе; σ_ξ – «цепные» нормальные напряжения, равномерно распределенные по сечению трубы; α – угол поворота потока; силы $p(x)$ и

создаются давлением потока на его торцы.

Движение трубы является переносным, а скорость потока – относительной. Абсолютная скорость потока вдоль оси y равна

$$v_y = v_{ty} + v_{sy} = \partial_t y + v_0 \partial_x y,$$

где $v_{ty} = \partial_t y(x, y)$ – скорость движения трубы вдоль оси y ; $v_{sy} = |\vec{v}_s| \sin \alpha \approx v_0 \partial_x y(x, y)$ – скорость потока вдоль оси y .

Количество поступательного движения вдоль оси y элемента трубы с потоком равно

$$K_y = v_{ty} dm_t + v_{sy} dm_s = (m_e \partial_t y + q_0 \partial_x y) d\xi,$$

где $dm_t = m_p d\xi$ – масса элемента трубы;

$dm_s = m_0 d\xi$ – масса элемента потока;

$d\xi = R d\alpha$ – длина элемента оси трубы;

$m_e \equiv m_p - m_0$ – погонная масса трубы с потоком,

$d\xi = dx / \cos \alpha \approx dx$ при малых углах α .

Скорость изменения этого количества движения за время dt равна

$$\partial_t K_y = (m_e \partial_{tt}^2 y + q_0 \partial_{xt}^2 y) dx. \quad (1)$$

Эта скорость равна проекции на ось y суммы нагрузок, действующих на элемент трубы с потоком. В этом элементе давление потока на стенки трубы создает внутренние силы, которые при рассмотрении движения элемента с потоком учитывать не следует.

Проекция суммы цепных сил на ось y равна

$$-N \sin \alpha + (N + dN) \sin(\alpha + d\alpha) \approx \partial_x (N \cdot \partial_x y) dx. \quad (2)$$

Проекция на ось y суммы сил, создаваемых давлением на торцы потока в элементе, равна

$$\pi r_0^2 \{ p \cdot \sin \alpha - (p + dp) \sin(\alpha + d\alpha) \} \approx -\pi r_0^2 \partial_x (p \partial_x y) dx. \quad (3)$$

Приравняв скорость изменения количества движения (1) вдоль оси y сумме проекций этих сил (2) и (3) на эту ось, получим уравнение поступательных движений вдоль этой оси

$$m_e \partial_{tt}^2 y + q_0 \partial_{xt}^2 y = \partial_x (N \partial_x y) - \pi r_0^2 \partial_x (p \partial_x y). \quad (4)$$

Если поток отсутствует, то $p = q_0 = m_0 = 0$, а $m_e = m_t$. В этом случае последнее уравнение определяет поперечные ускорения под действием продольных сил, препятствующих искривлению оси трубы.

Производная

$$\partial_x p = \frac{\partial_\xi p}{\cos \alpha} \approx \partial_\xi p$$

определяется потерями из-за трения потока о

стенки трубы. Предположим, что эти потери и эта производная известны. В этом случае уравнение поступательных движений (4) позволяет определить распределение цепных усилий N , если известно распределение смещений $y(x, t)$, т.е.

$$\partial_x(N\partial_x y) = \pi r_0^2 \partial_x(p\partial_x y) + m_e \partial_{tt}^2 y + q_0 \partial_{xt}^2 y. \quad (5)$$

В данном анализе предполагается, что осевые смещения достаточно малы по сравнению с поперечными смещениями. Поэтому осевые деформации можно оценить по наклонам оси трубы, вычислив

$$\varepsilon_x = \partial_x \xi - 1 = \sqrt{1 + (\partial_x y)^2} - 1 \approx \frac{(\partial_x y)^2}{2}.$$

Таким образом, наибольшее растяжение защемленной трубы связано с ее наибольшими наклонами в точках $x_1 = L/4$ и $x_2 = 3L/4$. Осевые деформации связаны с осевыми напряжениями

$$\sigma_x = \frac{N}{(\pi D_i \delta)}$$

и окружными напряжениями

$$\sigma_\varphi = \frac{p D_i}{(2\delta)}$$

и законом Гука

$$E\varepsilon_x = \sigma_x - \nu(\sigma_\varphi + \sigma_r),$$

где ν – коэффициент Пуассона. Радиальное напряжение

$$|\sigma_r| \approx \frac{p}{2} \ll \sigma_\varphi.$$

Подставив эти напряжения и осевую деформацию в закон Гука, разрешим его относительно цепного усилия

$$N = \left(\frac{\pi}{2}\right) D_i \delta \left\{ E(\partial_x y)^2 + p\nu \left(\frac{D_i}{\delta} + 1\right) \right\}. \quad (6)$$

Если не учитывать радиальных напряжений, то можно пренебречь единицей по сравнению с D_i/δ . Уравнение (6) связывает распределение давления p с цепным усилием N .

2. Прогибы и повороты трубопровода при вибрации

С наибольшей достоверностью определяется распределение прогибов $y(x, t)$. Для трубы с зашеченными концами при установившихся колебаниях его можно представить функцией с разделенными переменными

$$y(x, t) = Y(x)T(t), \quad (7)$$

где $Y(x) = A\{1 - \cos(at)\}$;

$$T(t) = \sin(bt);$$

A – амплитуда вибраций;

$$\alpha = 2\pi n/L,$$

$$b = 2\pi/T_n = 2\pi f_n,$$

n – номер моды;

T_n – период вибраций;

f_n – циклическая частота.

Собственные частоты характеризуют установившиеся колебания в виде стоячих волн. Описывающие их функции можно представить в виде произведений функций с разделенными переменными. При этом давление и цепные напряжения представляются таким же образом, т.е.

$$p(x, t) = P(x)\theta(t),$$

где $\theta(x) = \sin^2(\delta t) = T^2(t)$ так как давление всегда положительно. Учитывая это, преобразуем уравнение (6) к виду

$$N(x, t) = F(x)T^2(t),$$

$$\text{где } F(x) \equiv \left(\frac{\pi}{2}\right) D_i \delta \left\{ EY^2 + \nu \left(\frac{D_i}{\delta} + 1\right) P(x) \right\}.$$

Подставив это разложение в уравнение поступательных движений (5), найдем, что переменные не разделяются, если расход $q_0 \neq 0$. Поэтому появление в этом случае установившихся колебаний невозможно, поскольку инерция ламинарного и невозмущенного потока, выпрямляя трубу, способствует ее успокоению. Вибрации возбуждаются возмущенными потоками с высокой турбулентностью.

Составим уравнение движения, управляющее поворотом поперечного сечения трубы вокруг оси Z . Элемент нагружен изгибающими моментами и силами и поворачивается с угловой скоростью $\omega \equiv \partial_{xt}^2 y(x, t)$ и угловым ускорением $\partial_t \omega = \partial_{xtt}^3 y(x, t)$. Центр масс такого элемента лежит на оси потока. Момент инерции элементарного кольца, принадлежащего трубе, относительно его диаметра равен

$$dJ_p = \left(\frac{R_p^2}{2}\right) m_p d\xi,$$

где $R_p = D_i/2$. Погонный момент инерции равен

$$J'_p \equiv \frac{dJ_p}{d\xi} = \frac{m_p R_p^2}{2}.$$

Момент инерции тонкого слоя потока относительно его диаметра равен

$$dJ_0 = 4\rho_0 d\xi \int_0^{\pi/2} \int_0^{r_0} r^3 dr \sin^2 \varphi d\varphi = \left(\frac{r_0^2}{4}\right) m_0 d\xi.$$

Погонный момент инерции потока равен

$$J_0' \equiv \frac{dJ_0}{d\xi} = \frac{m_0 r_0^2}{4}.$$

Если пренебречь моментами, создаваемыми равномерно распределенными цепными усилиями $\vec{N}$ и давлением, вследствие их малости, то уравнение моментов импульсов [4,7] примет вид

$$dJ_e \cdot \partial_t \vec{\omega} = d\vec{M},$$

где $dJ_e = dJ_p + dJ_0$.

Момент $d\vec{M} \equiv \partial_\xi \vec{M} d\xi$ вращает элемент вокруг оси Z против часовой стрелки, а момент $\vec{M}$ изгибает элемент. Он равен

$$|\vec{M}| = EJ_z \partial_{xx}^2 y,$$

$$\text{где } J_z = \left(\frac{\pi}{64} \right) \{ (D_t + \delta)^4 - (D_t - \delta)^4 \}$$

– момент инерции поперечного сечения трубы при изгибе.

Используя зависимости моментов инерции и углового ускорения, получим уравнение поворотного движения

$$J_e \partial_{xtt}^3 y = \partial_\xi M = \partial_x M \cdot \cos \alpha,$$

где $\cos \alpha \approx 1$;

$$J_e' = \frac{m_p D_t^2}{8} + \frac{m_0 r_0^2}{4}$$

– погонный момент инерции трубы с потоком при вращении ее вокруг диаметра. Поскольку $\partial_x M = EJ_z \partial_{xxx}^3 y$, то уравнение поворотного движения приводится к виду

$$\partial_{xtt}^3 y = C_0^2 \partial_{xxx}^3 y, \quad (8)$$

где $C_0^2 \equiv EJ_z / J_e'$, причем константа C_0 имеет размерность скорости.

Проинтегрировав уравнение (8), получим частное решение в виде неоднородного волнового уравнения

$$\partial_{tt}^2 y = C_0^2 \partial_{xx}^2 y + \Phi(t).$$

Однако решение этого уравнения не удовлетворяет условиям жесткого защемления обоих концов трубы.

Проинтегрировав уравнение (8) методом разделения переменных, найдем для трубы с защемленными концами частное решение (7). Подставив это решение в уравнение (8), получим зависимость $b = aC_0$. Отсюда следует

$$f_n = \frac{aC_0}{(2\pi)} = \frac{nC_0}{L}.$$

для стержня с двумя защемленными концами.

Для основной моды ($n=1$) при длине трубы $L=1$ м, 5 м и 10 м, получаются частоты вибрационных колебаний $f_1=4540$ Гц, 910 Гц и 454 Гц соответственно.

Если использовать классическое уравнение четвертого порядка

$$\frac{C_b^2}{\partial x^4} y + \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0,$$

где $C_b^2 = EJ_z / m_b$ (m_b – погонная масса балки), то получаются собственные частоты

$$f = \frac{a^2 C_b}{2\pi}.$$

Для защемленной по концам балки имеем

$$a = \frac{1,5\pi}{L}; \quad f = \frac{1,125 \pi C_b}{L^2}.$$

При $n=1$ и $m_b = m_e$ имеем

$$C_b = 1,157 \frac{M^2}{c}; \quad f = \frac{555}{L^2}.$$

В этом случае для использованных выше длин L имеем частоты основных мод $f_1=555$ Гц; 22.2 Гц и 5.55 Гц соответственно.

Эти частоты существенно ниже, чем полученные по уравнениям (7) и (8). Более высокие частоты собственных вибраций, полученные с учетом инерции поворота поперечных сечений трубы, насыщают спектр собственных гармоник в области высоких частот дополнительно к гармоникам, определяемым классической теорией сопротивления материалов. Если частоты вибраций, определенные рассмотренными здесь двумя методами, совпадают, то возможно их взаимное усиление.

Поскольку всегда имеются посторонние источники возмущений (например, насосы и др.), то получаются вынужденные колебания с частотами этих источников, часто превышающими основные тона свободных колебаний. При этом могут возникать резонансы с более высокими модами.

Вибрации с поворотами поперечных сечений трубы без ее изгиба возбуждаются в рассматриваемом участке трубы ее соседним изгибаемым участком, отделенным от рассматриваемого участка опорой в виде кольцевой цилиндрической цапфы, плотно охватывающей трубу. Такая цапфа не пропускает деформации изгиба и сама воспринимает изгибающий момент.

Однако она пропускает деформации и напряжения нормального растяжения-сжатия и деформации закручивания трубы крутящими моментами. Вследствие этого на рассматриваемом участке трубы возможно появление поперечных усталостных трещин под действием растягивающих циклических напря-

жений и деформаций, а также возможны трещины от действия максимальных касательных напряжений, направленных под косыми углами к осевым растягивающим деформациям и создаваемым крутящими моментами.

Работа выполнена за счет средств Государственного задания, код научной темы 3-13, присвоенный организацией FFGU – 2024-0020.

Список литературы

1. Махутов Н.А., Пермяков В.Н. Ресурс безопасной эксплуатации сосудов и трубопроводов. Новосибирск: Наука. 2005. 516 с.
2. Махутов Н.А., Пермяков В.Н. и др. Безопасность России. Безопасность трубопроводного транспорта. М.: МГФ «Знание». 2002. 752 с.
3. Завьялов А.П., Лопатин А.С., Калинин В.А., Пивоварчук А.Н. Снижение риска природно-техногенных аварий на магистральных газопроводах // Труды РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина. 2023. №3(312). С. 119-124.
4. Разов И.О., Соколов В.Г., Дмитриев А.В., Березнев А.В. Параметрические колебания подземного и надземного нефтепровода // Архитектура, строительство, транспорт. 2023. №3(105). С. 48-60.
5. Ганиев Р.Ф., Ильгамов М.А., Хакимов А.Г., Шакирьянов М.М. Пространственные колебания трубопровода в сплошной среде под действием переменного внутреннего давления // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2016. №6. С. 3-13.
6. Ильгамов М.А., Шакирьянов М.М. Вынужденные и параметрические колебания трубопровода // Известия Уфимского научного центра РАН. 2020. №3. С. 5-11.
7. Токарев А.П., Спирин С.Е. Частоты вибрации гидродинамического происхождения в технологических трубопроводах // Транспорт и хранение нефтепродуктов и углеводородного сырья. 2020. №3. С. 68-72.
8. Drozyner P. Determining the limits of piping vibration. Scientific problems of machines operation and maintenance. 2011. No. 1(165). Pp. 97-103.
9. Черенцов Д.А., Пирогов С.П. Определение частот свободных колебаний надземных участков трубопроводов, транспортирующих несжимаемую жидкость // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. 2023. №3. С. 84-94.
10. Худаяров Б.А., Комилова Х.М. Численное моделирование колебаний вязкоупругих трубопроводов, транспортирующих двухфазную среду в режиме пробкового течения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2019. №61. С. 95-110.
11. Дмитриев А.В., Соколов В.Г., Березнев А.В. Частотные характеристики трубопровода большого диаметра с потоком жидкости в упругой грунтовой среде с учетом внутреннего давления // Вестник Евразийской науки. 2020. Т. 12. №6. С. 5-15.
12. Sokolov V.G., Razov I.O. Free oscillations of a thin-walled curved section of a main gas pipeline during ground laying. Bulletin of Eurasian Science. 2021. Vol. 13. No. 2. Pp. 15-22.
13. Соколов В.Г., Разов И.О. Свободные колебания тонкостенного криволинейного участка магистрального газопровода при подземной бестраншейной прокладке // Инновации и инвестиции. №8. 2023. С. 281-284.
14. Bahaadini R., Dashtbayazi M.R., Hosseini M., Khalili-Parizi Z. Stability analysis of composite thin-walled pipes conveying fluid. Ocean Engineering. 2018. No. 160. Pp. 311-323.
15. Djondjorov P., Vassilev V. Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations. Journal of Sound and Vibration. 2001. Vol. 247(3). Pp. 537-546.
16. Doare O. Local and global instability of fluid-conveying pipes on elastic foundations. Journal of Fluids and Structures. 2002. Vol. 16. Pp. 1-14.
17. Panda L.N., Kar R.C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances. J. of Sound and Vibration. 2008. Vol. 309. Pp. 375-406.
18. Marzani A., Viola E. Formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation. Mech based des struct mech. 2012. No. 40. Pp. 83-95.
19. Зорин А.Е., Романцов А.С. Исследование состояния поверхностного слоя нефтегазопроводных труб // Заводская лаборатория. 2025. Т. 91. №7. С. 54-64.
20. Завьялов А.П., Гольдзон И.А. Методика определения напряженно-деформированного состояния длительное время эксплуатируемых газопроводов // Труды РГУ нефти и газа имени И.М. Губкина. 2022. №4(309). С. 117-122.

References

1. Makhutov N.A., Permyakov V.N. *Resurs bezopasnoy ekspluatatsii sosudov i truboprovodov* [Resource of safe operation of vessels and pipelines]. Novosibirsk: Nauka Publ. 2005. 516 p.
2. Makhutov N.A., Permyakov V.N. and others. *Bezopasnost' Rossii. Bezopasnost' truboprovodnogo transporta* [Russia's security. Pipeline Transport Safety]. Moscow: MGF Znanie. 2002. 752 p.
3. Zavyalov A.P., Lopatin A.S., Kalinin V.A., Pivovarchuk A.N. Reducing the risk of natural and man-made accidents on main gas pipelines. *Trudy RGU nefi i gaza imeni I.M. Gubkina*. 2023. No. 3(312). Pp. 119-124.
4. Razov I.O., Sokolov V.G., Dmitriev A.V., Bereznev A.V. Parametric oscillations of an underground and aboveground oil pipeline. *Arkhitsektura, stroitel'stvo, transport*. 2023. No. 3(105). Pp. 48-60.
5. Ganiev R.F., Ilgamov M.A., Khakimov A.G., Shakiryanov M.M. Spatial pipeline fluctuations in a continuous medium under the influence of variable internal pressure. *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*. 2016. No. 6. Pp. 3-13.
6. Ilgamov M.A., Shakiryanov M.M. Forced and parametric fluctuations of the pipeline. *Izvestiya Ufimskogo nauchnogo tsentra RAN*. 2020. No. 3. Pp. 5-11.
7. Tokarev A.P., Spirin S.E. Vibration frequencies of hydrodynamic origin in technological pipelines. *Transport i khraneniye nefteproduktov i uglevodorodnogo syr'ya*. 2020. No. 3. Pp. 68-72.
8. Drozyner P. Determining the limits of piping vibration. Scientific problems of machines operation and maintenance. 2011. No. 1(165). Pp. 97-103.

9. Cherentsov D. A., Pirogov S. P. Determination of frequencies of free oscillations of aboveground sections of pipelines transporting incompressible liquid. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Neft' i gaz*. 2023. No. 3. Pp. 84-94.
10. Khudayarov B.A., Komilova H.M. Numerical simulation of vibrations of viscoelastic pipelines transporting a two-phase medium in the cork flow mode. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*. 2019. No. 61. Pp. 95-110.
11. Dmitriev A.V., Sokolov V.G., Bereznev A.V. Frequency characteristics of a large-diameter pipeline with a liquid flow in an elastic ground environment, taking into account internal pressure. *Vestnik Yevraziyskoy nauki*. 2020. V. 12. No. 6. Pp. 5-15.
12. Sokolov V.G., Razov I.O. Free oscillations of a thin-walled curved section of a main gas pipeline during ground laying. *Bulletin of Eurasian Science*. 2021. Vol. 13. No. 2. Pp. 15-22.
13. Sokolov V.G., Razov I.O. Free vibrations of a thin-walled curved section of the main gas pipeline during underground trenchless laying. *Innovatsii i investitsii*. No. 8. 2023. Pp. 281-284.
14. Bahaadini R., Dashtbayazi M.R., Hosseini M., Khalili-Parizi Z. Stability analysis of composite thin-walled pipes conveying fluid. *Ocean Engineering*. 2018. No. 160. Pp. 311-323.
15. Djondjorov P., Vassilev V. Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations. *Journal of Sound and Vibration*. 2001. Vol. 247(3). Pp. 537-546.
16. Doare O. Local and global instability of fluid-conveying pipes on elastic foundations. *Journal of Fluids and Structures*. 2002. Vol. 16. Pp. 1-14.
17. Panda L.N., Kar R.C. Nonlinear dynamics of a pipe conveying pulsating fluid with combination, principal parametric and internal resonances. *J. of Sound and Vibration*. 2008. Vol. 309. Pp. 375-406.
18. Marzani A., Viola E. Formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation. *Mech based des struct mech*. 2012. No. 40. Pp. 83-95.
19. Zorin A.E., Romantsov A.S. Investigation of the condition of the surface layer of oil and gas pipeline pipes. *Zavodskaya laboratoriya*. 2025. V. 91. No. 7. Pp. 54-64.
20. Zavyalov A.P., Goldzon I.A. Methodology for determining the stress-strain state of long-term operated gas pipelines. *Trudy RGU nefti i gaza imeni I.M. Gubkina*. 2022. No. 4(309). Pp. 117-122.

Сведения об авторах
Принадлежность к организации

Евдокимов Алексей Петрович

доктор технических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории Моделирования повреждений и разрушения машин, Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 101000, Москва, Россия

Information about authors
Affiliations

Evdokimov Alexey Petrovich

Doctor of Technical Sciences, Leading Researcher at the Laboratory for Modeling Damage and Destruction of Machines, A.A. Blagonravov Institute of Machine Science of the Russian Academy of Sciences, 101000, Moscow, Russia

Поступила в редакцию 28.01.2026 г.